العنوان:	دروس في الاحصاء من أجل محو الأمية : التوزيع التكرارى المتجمع
المصدر:	المواجهة الشاملة
الناشر:	المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم - مركز تدريب قيادات تعليم الكبار لدول شمال أفريقيا
المؤلف الرئيسي:	ملطى، جورج
المجلد/العدد:	س 6 , ع 13
محكمة:	نعم
التاريخ الميلادي:	1985
الشهر:	ديسمبر
الصفحات:	33 - 64
رقم MD:	1092
نوع المحتوى:	بحوث ومقالات
قواعد المعلومات:	EduSearch
مواضيع:	العالم العربي، محو الأمية، تعليم الكبار، المناهج، الاحصاء الرياضي، التوزيع التكراري، الرياضيات، تدريس الرياضيات، أسئلة وأجوبة
رابط:	http://search.mandumah.com/Record/1092

دروس في الاحصاء من أجل محو الامية

(٢)

التـــوزيع التكـــرارى المتجمـــع

د . جـــورج ملطـــى

٢ ـ ٠ تقديـــــــم :

في العدد السابق من المواجهة الشاملة (ملطى ١٩٨٤) بدأنا سلسلة من الدروس في الإحصاء ، تستمد أمثلتها مما نواجهه في مكافحة الأمية . والدرس الأول بالعدد السابق تناول « تنظيم البيانات والتوزيع التكرارى » إن الرجوع إلى الدرس الأول قبل البدء في دراسة ما يقدمه الدرس الثاني مفيد ولا شك ، ومع هذا سنعمل على أن يستفيد كل قارىء من الدرس الحالى حتى ولو لم يقرأ الدرس الأول .

أن الطريقة التى نستخدمها في كتابة هذه الدروس تسمح بالانتقال بسهولة من البسيط إلى المركب ، في ظل فهم لكل ما يقدم من مفاهيم Concepts واجراءات Algorithm وبالرغم من أن الموضوع يتعلق بالرياضيات ، فإن ما يقدم لا يحتاج لأى معرفة متخصصة في الرياضيات ، وكل ما نحتاجه هو المتابعة لما يقدم والاهتمام بالإجابة على الأسئلة والتطبيقات التى تقدم خلال الدرس وفي نهايته ففى خلال كل درس وفي نهايته نقدم تطبيقات يتضمن بعضها مراجعة للدروس السابقة . أن الأجوبة والإرشادات التى تعطى لحل هذه التطبيقات في نهاية كل درس ستجعل مراجعة الدروس السابقة أكثر واقعية ، وفي نهاية هذا التقديم ، نود أن نشير إلى أن أحد المبادىء الأساسية في التعليم المبرمج والتعليم الذاتي بصفة عامة ، هو أن التقدم في تناول المادة يكون بطيئاً ولكنه متيسراً ، بما في ذلك التأكد من حين لآخر على ما سبق دراسته وهذا ما نراعيه في هذه السلسلة من الدروس .

٢ ـ ١ التكرار المتجمع الصاعد

مثـــال (١) :

في التخطيط لبدء حملة لمحو الأمية بمنطقة زراعية ، جمعت بيانات عن الأميين الذكور بالمنطقة وكان عددهم ٨٩ أمياً . أما أعمارهم فكانت كما في الجدول التالى :

جـــدول ١ ٠

العمــــر بالسنــوات	التكــــرار
١٨	٤
٢١	٧
٢٤	١٠
٣٢	١٤
٣٧	٢١
٤٣	١٨
٤٨	١٥
المجمـــوع	٨٩

س (١) : ما معنى التكرار ٤ المبين أمام العمر بالسنوات ١٨ في الجدول السابق ؟

السؤال السابق يهدف إلى التذكير ببعض مما تناوله الدرس السابق ، وللتحقق من صحة إجابتك على الأسئلة التى ترد خلال كل درس ، عليك بالنظر إلى البند الخاص بأجوبة الأسئلة والتمارين في نهاية كل درس ، وهذا يعنى به البند ٧.٢ في الدرس الحالى .

والآن دعنا نناقش الأسئلة التالية وإجابتها والتى تتعلق بالجدول السابق :

س (٢) : ما عدد الأميين الذين عمرهم أقل من ١٨ سنة ؟

ج (٢) : صفر (الجدول يبين أنه لا يوجد أُمياً يقل عمره عن ١٨ سنة في المجموعة التى يتناولها الجدول ، فأصغر الأعمار التى يتناولها الجدول هو العمر ١٨ سنة) .

إن هذا الجدول كما نعلم يسمى بالجدول التكرارى ، فهو يبين التكرار لكل مفرد (لكل قيمة من قيم المتغير VARIABLE الذى نهتم به وهو العمر بالسنوات هنا) . فمثلا المفردة الأولى هى العمر ١٨ سنة ، أما التكرار فهو ١ ، وهذا يعنى أن هناك ٤ أُميين في المجموعة يبلغ عمر كل منهم ١٨ سنة . وهذا يمكن كتابته بالصورة المختصرة (١٨ ، ٤) الذى يسمى بالزوج المرتب Ordered Pair حيث الترتيب هام فيه ، فالعنصر الأول هو العمر (١٨ هنا) والعنصر الثاني هو التكرار (عدد الأفراد وهو هنا ٤) . والآن لنستمر في مناقشة الأسئلة الخاصة بالجدول السابق .

س (٣) : ما عدد الأميين الذين عمر كل منهم ٢١ سنة ؟

ج (٣) : ٧

س (٤) : ما عدد الأميين الذين عمرهم ٢١ سنة فأقل ؟ (أى ٢١ سنة أو حتى أقل من ذلك) .

ج (٤) : هم الأميين الذين عمرهم ١٨ سنة ، وكذلك الأميين الذين عمرهم ٢١ سنة .
أى ٤ + ٧ = ١١ أمياً
(٤ أُميين عمرهم ١٨ سنة وهذا أقل من ٢١ سنة كما يريد السؤال وكذلك ٧ عمرهم ٢١ سنة وهؤلاء كذلك يتضمنهم السؤال) .

س (٥) : ما عدد الأميين الذين عمرهم ٢٤ سنة فأقل ؟

ج (٥) : هم الأميين الذين عمرهم ٢١ سنة فأقل (وهم ١١ الذين أجاب عليهم السؤال السابق رقم (٤) ويضاف إليهم الأميين الذين عمرهم ٢٤ سنة (١٠ أُميين) .
وتكون بذلك إجابة السؤال الحالى رقم ٥ هى :
١١ + ١٠ = ٢١ أُمياً

س (٦) : ما عدد الأميين الذين عمرهم ٣٢ سنة فأقل ؟

ج (٦) : هم الأميين الذين عمرهم ٢٤ سنة فأقل ، وكذلك الأميين الذين عمرهم ٣٢ سنة .
أى ٢١ + ١٤ = ٣٥ أُمياً .
والآن عليك أن تجيب على الأسئلة التالية :

س (٧) : ما عدد الأميين الذين عمرهم ٣٧ سنة فأقل ؟

س (٨) : ما عدد الأميين الذين عمرهم ٤٢ سنة فأقل ؟

س (٩) : ما عدد الأميين الذين عمرهم ٤٨ سنة فأقل ؟

إن المعلومات التى جمعناها من الأسئلة رقم ٢ ، ٥ ، ٤ ، ٧ ، ٨ ، ٩ يمكن بيانها في الجدول التالى :

جدول (٢) :

العمر بالسنوات	التكرار	التكرار المتجمع
١٨	٤	٤ (عدد الأميين الذين عمرهم ١٨ سنة فأقل)
٢١	٧	(٤+٧) ١١ (عدد الأميين الذين عمرهم ٢١ سنة فأقل)
٢٤	١٠	٢١ (عدد الأميين الذين عمرهم ٢٤ سنة فأقل)
٣٢	١٤	٣٥ (عدد الأميين الذين عمرهم ٣٢ سنة فأقل)
٣٧	٢١	٥٦ (عدد الأميين الذين عمرهم ٣٧ سنة فأقل)
٤٣	١٧	٧٤ (عدد الأميين الذين عمرهم ٤٣ سنة فأقل)
٤٨	١٥	٨٩ (عدد الأميين الذين عمرهم ٤٨ سنة فأقل)
المجموع	٨٩	

من الجدول السابق يمكن الحصول على بيانات لها قيمتها . فإذا كانت برامج محو الأمية لا تتسع لمن تعدى عمرهم الخامسة والأربعين ، فإن البرامج ستشمل فقط ٧٤ شخصاً (من العمود الثالث) وهم الأفراد الذين عمرهم ٤٣ سنة فأقل .

وإذا كان لدينا عددا كافي من المعلمين مثلا ، فإن الأميين الذين عمرهم ٢١ سنة فأقل وعددهم ١١ (من العمود الثالث) يمكن عمل فصل خاص بهم .

أما إذا كان عدد المعلمين لا يكفى لذلك ، فإننا نفكر في عمل فصل لمن عمرهم ٢٤ سنة فأقل وهم ٢١ أمياً (من العمود الثالث) . وهكذا ، فإن جدول ٢ يمدنا بمعلومات جديدة يمكن استثمارها من التكرارات المتجمعة في العمود الثالث .

ويلاحظ أنه مع زيادة العمر في العمود الأول ، يزيد التكرار المحسوب في العمود الثالث ، حتى إذا وصلنا إلى آخر عمر بالجدول وهو ٤٨ سنة ، فإننا نجد أن التكرار المقابل له في العمود الثالث هو ٨٩ أمياً . وهو في الواقع كل الأميين الذين شملهم الجدول . وهذا أمر طبيعى لأن جميع الأميين بالجدول ، إما عمرهم ٤٨ سنة أو أقل من ذلك . وهذا هو إجابة السؤال « ما عدد الأميين الذين عمرهم ٤٨ سنة فأقل ؟ » .

وهذا ما يدعونا إلى تسمية التكرار بالعمود الثالث هنا بالتكرار المتجمع الصاعد .

وجدول ٢ السابق يمكن الآن كتابته بالشكل التالى :

جدول (٣) :

العمر	التكرار	التكرار المتجمع الصاعد
١٨	٤	٤
٢١	٧	١١
٢٤	١٠	٢١
٣٢	١٤	٣٥
٣٧	٢١	٥٦
٤٣	١٨	٧٤
٤٨	١٥	٨٩
المجموع	٨٩	

في جدول (٣) أبقينا على مجموع التكرارات في العمود الثاني ، لأنه يعين في التحقق من صحة عملنا بالعمود الثالث ، لأن العدد الأخير بالعمود الثالث لا بد أن يكون هو نفسه مجموع التكرارات في العمود الثاني .

ومن الجدول السابق (٣) يمكن أن نشتق الجدول التالى باستخدام العمودين الأول والثالث فقط .

جــــــدول (٤) :

العمـــــر فأقـــــل	التكـــــرار
١٨	٤
٢١	١١
٢٤	٢١
٣٢	٣٥
٣٧	٥٦
٤٣	٧٤
٤٨	٨٩

وهو في الواقع يبين التوزيع التكرارى المتجمع الصاعد (وإن كان جدول (٣) السابق يعد كافياً) .

٢ ـ ٢ التكرار المجتمع الهابط

إن التكرار المتجمع الهابط للتوزيع التكرارى المبين في جدول (١) يعنى أن نحصل على التكرارات للأعمار ١٨ فأكبر ، ٢١ فأكبر ، وهكذا . . .

واضح أن التكرار للعمر ١٨ فأكبر هو مجموع التكرارات أى ٨٩ ، لأن جميع الأميين إما في العمر ١٨ أو أكبر من ١٨ أما التكرار للعمر ٢١ فأكبر ، فهو لا يساوى ٨٩ وإنما يقل عن ذلك بمقدار ٤ (التكرار للعمر ١٨) . فهؤلاء الأربعة لا ينطبق عليهم الشرط الموضوع في العبارة « التكرار للعمر ٢١ فأكبر » ، لأن عمرهم هو ١٨ سنة وليس ٢١

أو أكبر من ٢١ وهكذا ، والأسهم وعلامة الطرح « — » في الجدول التالى توضح كيفية الحصول على التكرار المتجمع الهابط .

جـــدول (٥) :

العمـــــــر	التكـــــرار	التكـــرار المتجمع الهابـــط
١٨	٤	٨٩
٢١	٧	٨٥ (٨٩ — ٤ — ٨٥)
٢٤	١٠	٧٨
٣٢	١٤	٦٨
٣٧	٢١	٥٤
٤٣	١٨	٣٣
٤٨	١٥	١٥
المجمـــــوع	٨٩	

س (١٠) : لماذا طرحنا ٧ من ٨٥ للحصول على التكرار للعمر ٢٤ فأكبر ؟

في جدول ٥ السابق لدينا الفرصة لاختبار صحة عملنا ، حيث التكرار المتجمع الهابط في العمود الثالث المقابل للعمر ٤٨ ، ينبغى أن يساوى التكرار المقابل للعمر ٤٨ في العمود الثاني .

س (١١) : لمـــــــاذا ؟

هذا ويمكننا تسجيل التوزيع التكرارى المتجمع الهابط في جدول آخر نشتقه من جدول ٥ (للتوضيح فقط ، إذ أن جدول ٥ كاف) بالصورة التالية :

جـــــدول (٦) :

العمـــــر فأكـــبر	التكــــرار
١٨	٨٩
٢١	٨٥
٤٢	٧٨
٣٢	٦٨
٣٧	٥٤
٤٣	٣٣
٤٨	١٥

متى نحتاج الى استخدام الفترات (الفئات) ؟

البند الحالى إلى جانب أنه يساعد على التقدم في دراسة التكرار المتجمع ، فإنه يحوى في طياته مراجعة للدرس السابق في العدد السابق من المواجهة الشاملة .

إذا أعطى معلم اختباراً لخمسة أُميين ، وقام بتصحيح الإجابات من نهاية عظمى قدرها ١٠ ، وكانت درجات الدارسين الخمسة هى :

٢ ، ٩ ، ٨ ، ٥ ، ٩ • إن هذه الدرجات يمكن وضعها في جدول بسيط كالتالى :

جـــــدول (٧) :

٢	٩	٨	٥	٩

أو ترتيبها تصاعدياً كما يلى :

جـــــدول (٨) :

٢	٥	٨	٩	٩

أو ترتيبها تنازلياً كما يلى :

جـــــدول (٩) :

٢	٥	٨	٩	٩

أو عمل توزيع تكرارى بسيط مع الترتيب تصاعدياً كما في الجدول التالى :

جـــــدول ١٠

الدرجـــــــة	التكـــــــرار
٢	١
٥	١
٨	١
٩	٢

س (١٢) : إذا راعينا أن يكون ترتيب الدرجات تنازلياً ، فما هو الجدول الذى نحصل عليه بدلا من الجدول السابق رقم ١٠ ؟

س (١٣) : جدول ١٠ يبين البيانات في صورة عمودية ، ما هى الصورة الصفية لهذه البيانات ؟

وإذا كان عدد الأميين كبيراً نسبياً ، ٥٠ مثلا ، وقام المعلم بتصحيح اختبار من نهاية عظمى صغيرة نسبياً ، ولتكن ١٠ درجات ، فإنه يمكن عمل توزيع تكرارى مشابه لما قام به في جدول ١٠

أما إذا كان عدد الأميين قليلا نسبياً ، ٦ مثلا ، وقام المعلم بتصحيح اختبار من نهاية عظمى كبيرة نسبياً ، ولتكن ١٠٠ درجة مثلا ، وكانت درجات الدارسين الست هى :
١٥ ، ٥٨ ، ٦٧ ، ٨٤ ، ٨٩ ، ٨٤

فإن المعلم يمكن عمل جداول مشابه للجداول السابقة ٧ ، ٨ ، ٩

كما يمكنه عمل توزيع تكرارى مشابه للجدول ١٠ بالصورة التالية :

جـــــدول ١١

الدرجـــــة	التكـــــــــرار
١٥	١
٥٨	١
٦٧	١
٨٤	٢
٨٩	١
المجمـــــــوع	٦

أما إذا كان عدد الأميين كبيراً نسبياً ، ٥٠ مثلا ، وكذلك النهاية العظمى كبيرة نسبياً ١٠٠ مثلا ، **فاننا نحتاج لعمل توزيع تكرارى لفترات (الفئات) من الدرجات ٠**

٢ ـ ٤ الحدود الحقيقية للفترات (للفئات)

في معظم الحالات التى يقوم فيها الباحث بالحسابات الإحصائية الخاصة ببرامج محو الأمية يكون لدينا المدى المطلق للبيانات كبيراً ، كما هو الحال في درجات الدارسين في اختبار النهاية العظمى فيه ١٠٠ درجة ، كذلك فإن عدد الدارسين المجيبين يكون عادة كبيراً . مما يستدعى تجميع التكرارات لفترات (لفئات) من الدرجات عند حساب التكرار المتجمع بدلا من تجميع التكرارات لدرجات كما كان الحال في بندى (١٠٢) و (٢٠٢) .

حدود الفتـــرات المفتوحـــة

لندرس الجدول التالى الخاص بالتوزيع التكرارى لدرجات ٥٠ دارساً في اختبار في الحســـاب .

جـــــدول ١٢

فترات الدرجـــــات	التكـــــرار
٥ —	١
١٠ —	٢
١٥ —	٣
٢٠ —	٤
٢٥ —	٥
٣٠ —	٧
٣٥ —	١٠
٤٠ —	٨
٤٥ —	٥
٥٠ —	٤
٥٥ —	١
المجمـــــــــوع	٥٠

في هذا الجدول ، الفتر (٥ —) حدودها الحقيقية هى ٥ ، ١٠ حيث ٥ هو الحد الأدني لها و ١٠ هو الحد الأعلى . ومدى هذه الفترة هو خمس درجات ، الحد الأدني ٥ ينتمى إليها أما الحد الأعلى ١٠ فلا ينتمى إليها ، وأى درجة أكبر من ٥ وأقل من ١٠ تنتمى إلى هذه الفترة فمثلا الدرجة ٩,٥ تنتمى إلى هذه الفترة، ولو استخدم المعلم ١/٤ الدرجة في وضع الدرجات فإن الدرجة ٣/٤ ٩ تنتمى كذلك لهذه الفترة .

وهذا يمكن تمثيله بالشكل التالى :

٩ ٨ ٧ ٦

O X

١٠ ٥

الحـــد الاعـــلى **الحـــد الادنـــى**

(لاينتمى للفتـــرة) **(ينتمى للفتـــرة)**

وأى درجة من ٥ وحتى أقل من ١٠ تنتمى إلى هذه الفترة ، ونظرياً فإن الدرجات ٩,٩ وكذلك ٩,٩٩ أو حتى ٩,٩٩٩ وهكذا ٩,٩٩٩٠٠٠ تنتمى إلى هذه الفترة طالما لم تصل إلى الدرجة ١٠ تماماً (وهذا هو السبب في تفضيلنا لمصطلح فترة عن مصطلح فئة ، فمن الناحية النظرية الرياضية الفترة من ٥ حتى أقل من ١٠ تشمل أى عدد سواء كان ٥ أو أكبر من ٥ بشرط ألا يصل إلى القيمة ١٠ تماماً ، حيث ١٠ هى الحد الأدني للفترة التالية ، أى أن ١٠ تنتمى للفئة التالية للفئة « ٥ — ») .

والفترة « ٥ — » تسمى بالفترة المحدودة من أسفل، فحدها الأسفل وهو ينتمى إليها ، أما حدها الأعلى وهو ١٠ فلا ينتمى إليها ، ولذلك تسمى بالفترة المفتوحة من أعلى ويمكن كتابتها بالشكل التالى :

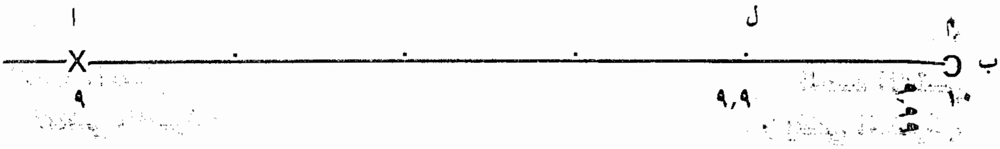
[٥ ، ١٠ [والخط التالى يمثلها

ويسمى بالقطعة المستقيمة شبه المغلقة

SEMI – CLOSED SEGMENT

فهى مغلقة عند ٥ ، أما ١٠ فهو حد أعلى لا تصل إليه تماماً . فعند الحد الأعلى ١٠ ، القطعة المستقيمة مفتوحة . وكما أوضحنا أعلاه ، فإن الدرجة ٩,٩ تنتمى لهذه الفترة ، ولكن توجد درجة أكبر منها مثل ٩,٩٩ تنتمى كذلك . ولكن حتى العدد الأخير لايعبر عن أكبر درجة تنتمى للفترة ، فمثلا العدد ٩,٩٩٩ ينتمى لها . وهكذا طالما لم يصل العدد إلى القيمة ١٠ تماماً .

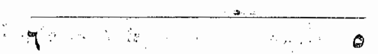
إن هذا في الواقع يتصل بما يعبر عنه في الرياضيات بالبينية Betweenness وكذلك الاستمرارية (أو الاتصال) Continuity ، وهما مفهومان أساسيان في الرياضيات والشكل التالى هو محاولة لتوضيح هذين المفهومين ، فيما يتصل بمثالنا الخاص بالفترة « ٥ — » .



فعن البينية نقول أن بين النقطة أ ، المناظرة للعدد ٩ ، والنقطة ب المناظرة للعدد ١٠ يمكن أن نجد نقطة مثل ل المناظرة للعدد ٩,٩ . وبين النقطة ل والنقطة ب توجد كذلك نقطة مثل م المناظرة للعدد ٩,٩٩ . وبين م ، ب يمكن أن نجد نقطة كذلك . وهكذا . . . فهنا توجد استمرارية (اتصال) في الحصول على نقطة جديدة دائماً تقترب من ب ولكن لا تصل إلى ب نفسها .

هذا وليس شرطاً استخدام التسعات فمثلا بين م ، ب توجد نقطة تناظر العدد ٩,٩٩٧ ونقول عن الفترة « ٥ — » أنها فترة متصلة . ونقول عن هذه الفترة أنها مفتوحة عند ١٠ لأن أى نقطة مهما اقتربت من ١٠ (الحد الأعلى للفترة) فإنها ليست أقرب النقط ، إذ دائماً توجد نقطة جديدة أقرب وهكذا في بينية واستمرارية (تذكر محاولة اقليدس في أصوله تعريف النقطة بأنها ما ليس له طول ولا عرض لتوضيح مدى صغرها) .

والفترة « ٥ — » أحياناً تكتب بالشكل التالى ٥ — $\overline{١٠}$ والخط الموضوع فوق ١٠ يهدف إلى توضيح الاستمرارية من ٥ وحتى أقل من ١٠ مع عدم احتواء الفترة على الحد الأعلى ١٠ أما كون المدى ٥ فواضح ، فهو مدى الدرجات الخمس التالية ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ (لاحظ أن هذه خمس درجات وليس أربع . فالفرق بين ٥و٩ هو ٤ درجات ، ولكنها هى ذاتها خمس درجات) كل درجة من هذه الدرجات الخمس مداها هو درجة . فمثلا الدرجة ٥ مداها درجة من ٥ وحتى أقل من ٦ ، ويمكن تمثيلها بالشكل التالى :



وبذا ، فإن مدى الدرجات الخمس ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ هو خمس درجات ، ويمكن توضيح ذلك بالشكل التالى :

$$\frac{1}{\text{مدى الدرجة ٥}}$$

$$\frac{2}{\text{مدى الدرجة ٦}}$$

$$\frac{3}{\text{مدى الدرجة ٧}}$$

$$\frac{4}{\text{مدى الدرجة ٨}}$$

$$\frac{5}{\text{مدى الدرجة ٩}}$$

لاحظ أن الدرجة الأخيرة ٩ مداها كذلك درجة فهى من ٩ وحتى أقل من ١٠ . أى من ٩ وحتى ٩,٩٩٩٠٠٠ . وهذا الفرق ليس فقط ٠,٩ القريب من الواحد الصحيح ، ولكن ٠,٩٩٩٠٠٦ الذى يمكن اعتباره درجة كاملة .

لذلك ، فإنه لحساب المدى في هذا النوع من الفئات ، التى هى في الواقع فترات مستمرة فحسب الفرق بين الحد الأدني للفترة والحد الأعلى لها . أو بمعنى آخر الحد الأدني للفترة والحد الأدني للفترة التالية .

ففى مثالنا الفترة « ٥ — » أو ٥ — $\overline{١٠}$ حيث ١٠ حدها الأعلى ، وهو في نفس الوقت الحد الأدني للفترة التالية .

المـــــدى الحد الأعلى — الحد الأدني

= ١٠ — ٥

= ٥ درجـــات

٢ ـ ٤ ـ ٢ الحدود الحقيقية للفترات المغفلة (أى للفئات)

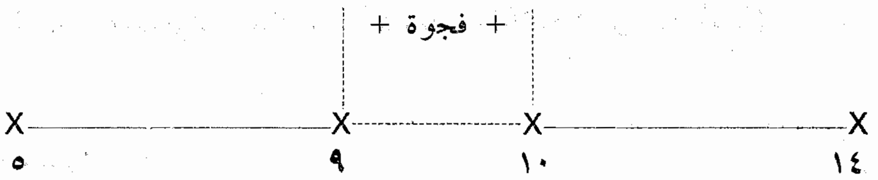
لندرس الآن الجدول التالى :

جـــــدول ١٣

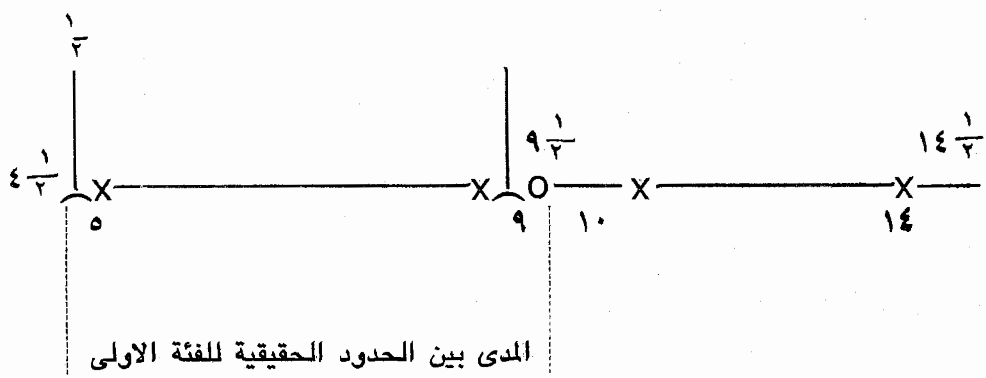
فئـــات الدرجات	التكـــرار
٥ ـ ٩	١
١٠ ـ ١٤	٢
١٥ ـ ١٩	٣
٢٠ ـ ٢٤	٤
٢٥ ـ ٢٩	٥
٣٠ ـ ٣٤	٧
٣٥ ـ ٣٩	١٠
٤٠ ـ ٤٤	٨
٤٥ ـ ٤٩	٥
٥٠ ـ ٥٤	٤
٥٥ ـ ٥٩	١
المجمـــــــوع	٥٠

إن هذا الجدول قد يكون هو كذلك جدولا تكرارياً لنفس مجموعة الدارسين التى وزعت على الفترات في الجدول السابق (١٢) (قارن الجدولين) .

وقد يرى الباحث أن الجدول الأخير (١٣) أكثر مناسبة ، طالما أن درجات الدارسين كلها صحيحة ، فمثلا لا يوجد أى دارس حاصل على درجة مثل ٩,٥ أو ٩,٦٠ ومع هذا في كثير من حساباتنا الإحصائية نحتاج إلى تلافي وجود فجوات بين فترات (فئات) التوزيع التكرارى . إذ بين كل فترتين (فئتين) توجد فجوة GAP سعتها الوحدة ، مثل الفجوة بين الفئة الأولى ٥ ـ ٩ والفئة الثانية ١٠ ـ ١٤ فبين الحد الأعلى للفئة الأولى وهو ٩ وبين الحد الأدني للفئة التالية وهو ١٠ توجد فجوة مقدارها الواحد الصحيح . وهذا يوضحه الشكل التالى :



لتلافي وجود هذه الفجوات ، فإننا نعتبر الحد الحقيقى الأدني لكل فئة أقل من الحد الأدني بمقدار $\frac{١}{٢}$ ، أما الحد الحقيقى الأعلى فهو الذى يزيد عن الحد الأعلى بمقدار $\frac{١}{٢}$ فمثلا الفئة ٥ـ٩ في الجدول السابق حدودها الحقيقية ٤,٥ ، ٩,٥ وتكتب الفئة بحدودها الحقيقية ٤,٥ ـ ٩,٥ ، والفئة ١٠ ـ ١٤ تكتب بحدودها الحقيقية بالصورة ٩,٥ ـ ١٤,٥ . وبهذه الكيفية يمكن استخدام أمثال الجدول ١٣ الأخير حتى في وجود درجات ذات كسور . فمثلا الدرجات من ٤,٥ حتى أقل من ٩,٥ في المثال السابق يحسب تكرارها في الفئة ٥ ـ ٩ ، وهكذا لبقية الفئات وبهذه الكيفية تختفى الفجوات ، فمثلا الشكل السابق يتحول إلى :



فالفجوة بين ٩ ، ١٠ اختفت . النصف الأول منها من ٩ وحتى أقل من ٩,٥ ينتمى للفئة الأولى ، والنصف الثاني منها من ٩,٥ وحتى ١٠ ينتمى للفئة الثانية .

وحينما نسد الفجوات بين الفئات تصبح التسمية فترة INTERVAL أكثر مناسبة من التسمية فئة (أو فصل CLASS) ففى الجدول الأخير (١٣) تصبح لدينا استمرارية دون فجوات ، من الدرجة ٤,٥ حتى أقل من ٩,٥ . فحتى الدرجة ٤,٩٥ نظرياً على سبيل المثال هى إحدى درجات الفترة الأخيرة التى تبدأ من ٤,٥ وحتى أقل من ٩,٥

والتوزيع التكرارى عندئذ يكون على درجات من ٤,٥ وحتى أقل من ٩,٥ في اتصال (أو استمرار) .

إن الفئة هى في الواقع فترة مغلقة من — إلى ، فمثلا الفئة ٥ — ٩ هى فترة مغلقة من ٥ إلى ٩ واستخدامنا لفكرة الحدود الحقيقية هو تحويل للفئات التى هى فترات مغلقة إلى فترات مفتوحة . وهو في نفس الوقت تحويل من الصورة المفضلة للمستخدمين للإحصاء وغير الرياضيين إلى الصورة الرياضية المثالية . فالفئات ٥ — ٩ ، ١٠ — ١٤ ، ١٥ — ١٩ ، . يمكن كتابتها عندئذ بالصورة ٤,٥ — ، ٩,٥ — ، ١٤,٥ ، .... حيث للفترة الأولى ٤,٥ — الحد الأدني ٤,٥ ينتمى إليها ، بينما الحد الأعلى ٩,٥ لا ينتمى إليها فهو الحد الأدني للفترة التالية . ولذلك فالفئة ٥ — ٩ هى عندئذ الفترة ٤,٥ — أو ٤,٥ — ٩,٥ . وبذلك نكون قد عدنا إلى الصورة المثالية للفترات من الناحية الرياضية وهى الفترات المفتوحة المستمرة والتى تناولناها في البند ١٠٤٠٢

ولحساب المدى للفترة ٥ — ٩ لم نعد في حاجة إلى القول بأن :

المدى = الحد الأعلى — الحد الأدني + ١

٩ — ٥ + ١

= ٤ + ١

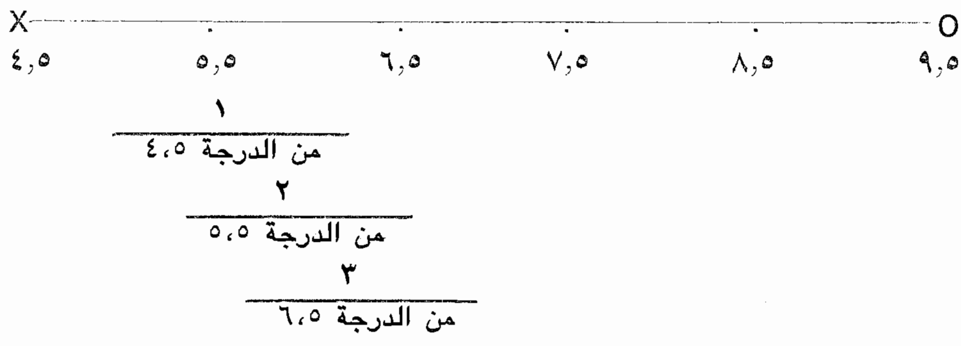
= ٥ درجات

فالمدى = الحد الأعلى الحقيقى — الحد الأدني الحقيقى

= ٩,٥ — ٤,٥

= ٥ درجات

وهو مدى الدرجات ٤,٥ ، ٥,٥ ، ٦,٥ ، ٧,٥ ، ٨,٥ الذى يمثله الشكل التالى :



٤
من الدرجة ٧،٥

٥
من الدرجة ٨،٥

٢ ـ ٥ التكرار المتجمع الصاعد لفترات

إن خطوات عمل جدول للتكرار المتجمع الصاعد لفترات هى نفسها الخطوات التى استخدمت في عمل جدول التكرار المتجمع الصاعد في بند ١٠٢ ، مع إبدال العمر أو الدرجة مثلا هناك بفترات الأعمار أو فترات الدرجات .

في بند ١٠٤٠٢ لم يكن لدينا توزيع لأعمار ، وإنما توزيع لدرجات . ومن الجدول (١٢) به يمكن حساب التكرار المتجمع الصاعد كما يلي :

جـــــدول ١٤

فترات الدرجات	الحدود العليا للفــترات	التكـــــرار	التكرار المتجمع الصاعد
٥ —	١٠	١	١
١٠ —	١٥	٢	٣
١٥ —	٢٠	٣	٦
٢٠ —	٢٥	٤	١٠
٢٥ —	٣٠	٥	١٥
٣٠ —	٣٥	٧	٢٢
٣٥ —	٤٠	١٠	٣٢
٤٠ —	٤٥	٨	٤٠
٤٥ —	٥٠	٥	٤٥
٥٠ —	٥٥	٤	٤٩
٥٥ —	٦٠	١	٥٠
	المجمـــــوع	٥٠	

ملاحظة : قارن جدول ١٤ بجدول ٢

على أنه لفهم التكرار المتجمع الصاعد هنا ، نشتق الجدول التالى من جدول ١٤

جدول ١٥

أقل من الدرجة	التكرار
١٠	١
١٥	٣
٢٠	٦
٢٥	١٠
٣٠	١٥
٣٥	٢٢
٤٠	٣٢
٤٥	٤٠
٥٠	٤٥
٥٥	٤٩
٦٠	٥٠

قارن جدول ١٥ بجدول ٤

س (١٤) : لماذا في جدول ١٥ بدأنا بالدرجة ١٠ ولم نبدأ بالدرجة ٥ التى هى الحد الأدني للفترة الأولى « ٥ — » وما السبب في قولنا « أقل من الدرجة » بدلا مما كنا في السابق نقوله « الدرجة فأقل » في جدول ٤ ؟

أما جدول (١٣) السابق فيمكننا حساب التكرار المتجمع الصاعد فيه بالصورة التالية :

جـــدول ١٦

فترات الدرجات	الحدود الحقيقية العليا للفترات	التكرار	التكرار المتجمع الصاعد
٥ — ٩	٩,٥	١	١
١٠ — ١٤	١٤,٥	٢	٣
١٥ — ١٩	١٩,٥	٣	٦
٢٠ — ٢٤	٢٤,٥	٤	١٠
٢٥ — ٢٩	٢٩,٥	٥	١٥
٣٠ — ٣٤	٣٤,٥	٧	٢٢
٣٥ — ٣٩	٣٩,٥	١٠	٣٢
٤٠ — ٤٤	٤٤,٥	٨	٤٠
٤٥ — ٤٩	٤٩,٥	٥	٤٥
٥٠ — ٥٤	٥٤,٥	٤	٤٩
٥٥ — ٥٩	٥٩,٥	١	٥٠
	المجمـــوع	٥٠	

ولفهم معنى التكرار المتجمع الصاعد هنا ، نشتق الجدول التالى :

جـــدول ١٧

أقـل من الدرجـة	التكـــــرار
٩،٥	١
١٤،٥	٣
١٩،٥	٦
٢٤،٥	١٠
٢٩،٥	١٥
٣٤،٥	٢٢
٣٩،٥	٣٢
٤٤،٥	٤٠
٤٩،٥	٤٥
٥٤،٥	٤٩
٥٩،٥	٥٠

س (١٥) : لماذا في جدول (١٧) بدأنا بالدرجة ٩,٥ (بمعنى أدق أقل من الدرجة ٩,٥) ولم نبدأ بالدرجة ٩ التى هى الحد الأعلى للفترة الأولى ؟

٦٠٢ التكرار المجتمع الهابط لفترات

بعد دراستنا للبنود السابقة دعنا نعمل معاً للإجابة على الأسئلة التالية :

س (١٦) : ما حدود الفترات التى احتجنا إليها لعمل جداول التكرار المتجمع الصاعد ؟

ج (١٦) : الحـــدود العليا .

س (١٧) : والآن ما هى الحدود التى سنحتاجها لعمل التكرار المتجمع الهابط ؟

ج (١٧) : الحـــدود السفلى .

س (١٨) : من جدول (١٢) أكمل الجدول التالى :

جـــدول ١٨

فترات الدرجات	الحدود الدنيا للفترات	التكـــرار	التكرار المتجمع الهابط
٥ —	٥	١	٥٠
١٠ —	١٠	٢	٤٩
١٥ —	١٥	٣	...
٢٠ —	٢٠	٤	...
٢٥ —	٢٥	٥	...
٣٠ —	٣٠	٧	...
٣٥ —	٣٥	١٠	...
٤٠ —	٤٠	٨	...
٤٥ —	٤٥	٥	...
٥٠ —	٥٠	٤	...
٥٥ —	٥٥	١	...
المجمـــوع		٥٠	

س (١٩) : باستخدام الجدول السابق (١٨) أكمل الجدول التالى :

جـــــدول ١٩

الدرجة فأكبر	التكرار
٥	٥٠
١٠	٤٩
١٥	...
٢٠	...
٢٥	...
٣٠	...
٣٥	...
٤٠	...
٤٥	...
٥٠	...
٥٥	...

س (٢٠) : لماذا في جدول (١٩) آخر درجة في العمود الأول ٥٥ بينما في جدول (١٥) آخر درجة في العمود الأول كانت ٦٠ ؟

س (٢١) : باستخدام الجدول (١٣) أكمل العمل في الجدول التالى :

جـــــدول ٢٠

فترات الدرجات	الحدود الحقيقية الدنيا للدرجات	التكرار	التكرار المجتمع الهابط
٥ – ٩	٤،٥	١	٥٠
١٠ – ١٤	٩،٥	٢	...
١٥ – ١٩	١٤،٥	٣	...
٢٠ – ٢٤	...	٤	...
٢٥ – ٢٩	...	٥	...
٣٠ – ٣٤	...	٧	...
٣٥ – ٣٩	...	١٠	...
٤٠ – ٤٤	...	٨	...
٤٥ – ٤٩	...	٥	...
٥٠ – ٥٤	...	٤	...
٥٥ – ٥٩	...	١	...
المجمـــوع		٥٠	

من الجدول السابق (٢٠) يمكننا أن نشتق الجدول التالى :

جـــدول ٢١

الدرجة فأكبر	التكـــرار
٤,٥	...
٩,٥	...
١٤,٥	...
١٩,٥	...
٢٤,٥	...
٢٩,٥	...
٣٤,٥	...
٣٩,٥	...
٤٤,٥	...
٤٩,٥	...
٥٤,٥	...

س (٢٢) : لماذا في جدول (١٩) نبدأ بالدرجة ٥ في العمود الأول بينما في الجدول (٢١) نبدأ بالدرجة ٤,٥ ؟

٧٠٢ أجوبة للاسئلة والتمارين الواردة فى البنود السابقة :

(١) إن التكرار ٤ المبين أمام العمر بالسنوات ١٨ يعنى أن هناك ٤ أُميين يبلغ عمر كل منهم ١٨ سنة .

(٧) ٥٦

(٨) ٧٤

(٩) ٨٩

(١٠) أن لدينا ٨٥ أُمياً عمر كل منهم ٢١ سنة أو أكبر ، منهم ٧ عمر كل منهم ٢١ سنة والباقين عمرهم يبدأ من ٢٤ سنة فأكبر .

وعليه فإن عدد الأميين الذين عمرهم ٢٤ سنة فأكبر هو ٨٥ — ٧ أى ٧٨

(١١) أن التكرار المتجمع الهابط المقابل للعمر ٤٨ هو إجابة على السؤال « ما عدد الأميين الذين عمر كل منهم ٤٨ سنة فأكبر ؟

والجدول ينتهى بالعمر ٤٨ ، أى أنه يبين أن الأميين الذين يتناولهم الجدول لا يوجد بينهم أى فرد عمره أكبر من ٤٨ سنة .

وعليه فإن الإجابة على السؤال « ما عدد الأميين الذين عمر كل منهم ٤٨ سنة فأكبر ؟ ستكون عدد الأميين الذين عمر كل منهم ٤٨ سنة + صفر (حيث صفر هو عدد الأميين الذين يزيد عمرهم عن ٤٨ سنة) .

أى أن عدد الأميين الذين عمر كل منهم ٤٨ سنة فأكبر = عدد الأميين الذين عمر كل منهم ٤٨ سنة .

(١٢)

التكـــــرار	التكـــــرار
٩	٢
٨	١
٤	١
٢	١

(١٣)

الدرجـــــة	٢	٤	٨	٩
التكـــــرار	١	١	١	٢

(١٤) أن جدول ٤ مشتق من جدول ٣ وفي جدول ٣ لكل عمر (لكل قيمة) كان مبيناً تكراره . أما جدول ١٥ فهو مشتق من جدول ١٤ وجدول ١٣ لا يعطى تكرارات لقيم مفردة وإنما لفترات من القيم .

ففى جدول ٣ نعلم تماماً أن هناك ٤ أفراد عمر كل منهم بالسنوات هو ١٨ سنة .

أما في جدول ١٤ لا نعلم بالضبط لأى درجة التكرار ١ ، أى ما هى الدرجة التى حصل عليها هذا الشخص ، وكل ما نعلمه أن التكرار ١ يعبر عن حقيقة أن هناك شخصاً واحداً حاصل على درجة ما تبدأ من ٥ ولا تصل إلى الدرجة ١٠ . والأهم هنا لدينا هو بالضبط أن هذا الشخص لم يحصل على الدرجة ١٠ ولكن على درجة ما أقل من ١٠ .

وبالطبع لا يمكن أن نقول أن هذا الشخص حصل على ٥ فأقل مثلا . فهذا ليس صحيحاً ، والصحيح والأكيد هو أنه حصل على درجة ما أقل من ١٠

(١٥) لأننا سبق واتفقنا على تحويل الفترات المغلقة إلى فترات مفتوحة . والفترة المغلقة ٥ — ٩ في جدول ١٦ تتحول إلى الفترة المفتوحة ٤,٥ — ٩,٥ . والتكرار لهذه الفترة يكون لأى درجة من ٤,٥ وحتى أقل من ٩,٥ . وبذلك تشمل الفترة المفتوحة درجة مثل ٩,٤ .

وجدول ١٧ مشتق من جدول ١٦ والذى منه يمكن القول بأن التكرار ١ للفترة الأولى هو لدرجة ما أقل من ٩,٥ وقد تكون مثلا ٩,٤ وهى عندئذ ليست أقل من ٩ وإنما أقل من ٩,٥ .

(١٨) يمكنك الاسترشاد بإجابة السؤال رقم (٢١) وعلى أية حال فالأماكن الخالية ستملأ بالأعداد التالية على الترتيب ٤٧ ، ٤٤ ، ٤٠ ، ٣٥ ، ٢٨ ، ١٨ ، ١٠ ، ٥ ، ١

(١٩) الأماكن الخالية هى نفسها التى كانت خالية في الجدول ١٨ ، وعليه ستملأ بالأعداد التالية على الترتيب ٤٧ ، ٤٤، ٤٠ ، ٣٥ ، ٢٨ ، ١٨ ، ١٠ ، ٥ ، ١

(٢٠) أن الجدولين ١٩ ، ١٥ مشتقان من جدول ١٢ . والفترة الأخيرة في جدول ١٢ تبين أن هناك شخصاً حاصل على درجة ما قد تكون ٥٥ أو أكبر منها ولكن لا تصل إلى ٦٠ وعليه ففى جدول ١٩ هذا الشخص يمكن تسجيله أمام آخر درجة ٥٥ فأكبر ، ولكن من ناحية أُخرى لا يوجد أى شخص حاصل على الدرجة ٦٠ أو أكبر ليشمله جدول ١٩ .

أما في جدول ١٥ فهذا الشخص متضمن في التكرارات الخاصة بأقل من الدرجة ٦٠ ، ولكنه غير متضمن في التكرارات الخاصة بأقل من الدرجة ٥٥ . وعليه فإن الجدول لا يمكن أن

يتوقف عند أقل من الدرجة ٥٥ ، وإنما يجب أن تسجل الدرجة ٦٠ في العمود الأول كآخر درجة تحسب التكرارات للدرجات الأقل منها .

(٢١)

فترات الدرجات	الحدود الحقيقية الدنيا للدرجات	التكرار	التكرار المتجمع الهابط
٥ — ٩	٤,٥	١	٥٠
١٠ — ١٤	٩,٥	٢	٤٩
١٥ — ١٩	١٤,٥	٣	٤٧
٢٠ — ٢٤	١٩,٥	٤	٤٤
٢٥ — ٢٩	٢٤,٥	٥	٤٠
٣٠ — ٣٤	٢٩,٥	٧	٣٥
٣٥ — ٣٩	٣٤,٥	١٠	٢٨
٤٠ — ٤٤	٣٩,٥	٨	١٨
٤٥ — ٤٩	٤٤,٥	٥	١٠
٥٠ — ٥٤	٤٩,٥	٤	٥
٥٥ — ٥٩	٥٤,٥	١	١
المجموع		٥٠	

والعمود الأخير في الجدول السابق سيكون هو نفسه العمود الأخير في جدول ٢١ .

(٢٢) في جدول ١٨ لدينا فترات مفتوحة تبدأ من ٥ أما في جدول ٢٠ فلدينا فترات مغلقة حولناها إلى فترات مفتوحة كذلك تبدأ من ٤,٥ . والفترة الأولى تشمل أى درجة من ٤,٥ وليس من ٥

٨٠٢ تطبيقات

(١) « مراجعة للدرس السابق » .

في اختبار للغة العربية حصل الدارسون بأحد مراكز محو الأمية على الدرجات الآتية :

٨٣	٦٤	٧٥	٥٤	٧٣	٦٢
٧٤	٥٢	٦٩	٨٥	٦١	٦٧
٦٢	٧٥	٨٤	٤٧	٨٩	٧٤
٦٧	٥١	٩٢	٨٣	٧٥	٦٨
٨٥	٦٣	٦٦	٧٤	٤٨	٩١
٧٨	٥٧	٧٣	٦١	٧٧	٥٣
٦٩	٧٨	٦٧	٨٦	٦٤	٤٩

المطلوب عمل جدول تكرارى ذى فترات خمسية (أى سعة كل منها ٥ درجات) لدرجات هؤلاء الدارسين .

(٢) (أ) كون جدولين للتوزيعين التكراريين المتجمعين الصاعد والهابط من الجدول التالى الخاص بدرجات الدارسين في اختبار في الرياضيات لفصل من فصول محو الأمية عدد الدارسين به عشرة .

الدرجـــــــة	التكـــــــرار
٥	١
٨	٢
٦	٣
٧	١
٤	٣

(ب) اشتق من الجدول الخاص بالتكرار المتجمع الصاعد ، جدولا يبين فهمك للمقصود بالتكرار المتجمع الصاعد .

(ج) اشتق من الجدول الخاص بالتكرار المتجمع الهابط ، جدولا يبين فهمك للمقصود بالتكرار المتجمع الهابط .

(٣) في مركز من مراكز محو الأمية أجرى اختبار في اللغة العربية ، والجدول التالى يبين التوزيع التكرارى لدرجات الدارسين في هذا الاختبار . والمطلوب عمل جدول للتوزيع التكرارى المتجمع الصاعد ، وآخر للتوزيع التكرارى المتجمع الهابط .

فترات الدرجـــــات	التكـــرار
١٠ — ١٤	٢
١٥ — ٢٩	٨
٢٠ — ٢٤	٦
٢٥ — ٢٩	١٢
٣٠ — ٣٤	٧
٣٥ — ٣٩	٦
٤٠ — ٤٤	٤
٤٥ — ٤٩	١

(ب) اشتق من الجدول الخاص بالتكرار المتجمع الصاعد ، جدولا يبين فهمك للمقصود بالتكرار المتجمع الصاعد .

(جـ) اشتق من الجدول الخاص بالتكرار المتجمع الهابط ، جدولا يبين فهمك للمقصود بالتكرار المتجمع الهابط .

(٤) أعد العمل المطلوب في التمرين السابق مع اعتبار أن فترات الدرجات هى : ١٠ — ، ١٥ — ، ٢٠ — ، .... الخ بدلا من ١٠ — ١٤ ، ١٥ — ١٩ ، ٢٠ — ٢٤ ، .. الخ (أى مع تغيير شكل الفترات إلى فترات مفتوحة تبدأ بالفترة ٥ —) .

٩٠٢ ارشادات لحلول التطبيقات :

(١) الخطـوة الاولى هـــى :

(أ) البحث عن أصغر درجة ، ولسهولة الوصول إلى معرفة هذه الدرجة ابحث كل صف على حدة فمثلا الصف الأول هو :

٨٣ ٦٤ ٧٥ ٥٤ ٧٣ ٦٢

أصغر درجة فيه هى ٥٤

وبالمثل نبحث في الصفوف الأخرى المتبقية وعددها ستة .

أصغر درجة في الصف التالى (الثاني) هى ٥٢

أصغر درجة في الصف الثالث هى ٤٧
أصغر درجة في الصف الرابع هى ٥١
أصغر درجة في الصف الخامس هى ٤٨
أصغر درجة في الصف السادس هى ٥٣
أصغر درجة في الصف السابع هى ٤٩

من هذه الخطوة نعلم أن الحد الأدني للدرجات (أصغر درجة بين كل درجات الدارسين) هى الدرجة ٤٧

(ب) البحث عن أكبر درجة بين درجات الدارسين ، وهذا يمكن عمله كما في أ : أى بدراسة كل صف على حدة حتى لا يحدث خطأ في تحديد الدرجة المطلوبة .

وستجد أن أكبر درجة (الحد الأعلى للدرجات) هى ٩٢

الخطـوة الثانية هـــى :

تحديد نوع الفترات التى سنستخدمها ، أى هل نختارها من النوع المفتوح أم المغلق ؟ وهنا وتمشياً فقط مع اتجاهات التربويين يمكن اختيار الفترات المغلقة لعدم وجود كسور بين درجات الدارسين (أى لا توجد أعداد كسرية) ، وإلا فإن الفترات المفتوحة هى صالحة دائماً وأكثر نموذجية من الناحية الرياضية .

الخطـوة الثالثـة هـــى :

ما هى هـــذه الفـــترات ؟

إن أصغر عدد لدينا هو ٤٧ ونحن نريد عمل فترات خمسية (سعة كل منها ٥ درجات) ، لذلك يمكن أن تكون الفترة الأولى بالصورة ٤٧ – ٥١ فالفرق بين حدى الفترة ٤ ولكن السعة ستكون بالفعل ٥ (الفرق + ١) [الفترة بحدودها ستبدأ بنصف قبل ٤٧ وتنتهى بنصف بعد ٥١ أى من ٤٦,٥ إلى ٥١,٥] .

ومع هذا يحسن أن نبدأ الفترة بعدد هو مضاعف للسعة ٥ . فهل نبدأها بالعدد ٤٥ أم بالعـــدد ٥٠ ؟

إذا بدأنا بالعدد ٥٠ فلن نجد مكاناً للدرجة ٤٧ ، ولذا نبدأ بالفترة ٤٥ – ٤٩ وهنا في هذه الفترة سيوجد مكان للدرجة ٤٧

الخطـوة الرابعة هـــى :

البدء في عمل الجدول التكراري وذلك بكتابة في العمود الأول الفترات حتى نتعدى أكبر درجة لدينا وهى ٩٢

فترات الدرجـــات	العلامات التكراريـــة	التكـــرار
٤٥ ـ ٤٩		
٥٠ ـ ٥٤		
٥٥ ـ ٥٩		
٦٠ ـ ٦٤		
٦٥ ـ ٦٩		
٧٠ ـ ٧٤		
٧٥ ـ ٧٩		
٨٠ ـ ٨٤		
٨٥ ـ ٨٩		
٩٠ ـ ٩٤		
المجمـــوع		

الخطـوة الخامسة هـــى :

نبدأ في تسجيل العلامات التكرارية كما يلى :

نبدأ بالصف الاول وهو :

٨٣ ٦٤ ٧٥ ٥٤ ٧٣ ٦٢

نضع خطاً فوق ٨٣ أى تشطب على الرقم ٨٣ في الصف بالشكل التالى :

/ ٦٤ ٧٥ ٥٤ ٧٣ ٦٢

ونسجل الدرجة ٨٣ في العمود الخاص بالعلامات التكرارية كقطعة مستقيمة رأسياً عند الفترة ٨٠ ـ ٨٤ بالشكل التالى :

فترات الدرجـات	العلامات التكراريـة	التكـرار
٤٥ ـ ٤٩		
٥٠ ـ ٥٤		
٥٥ ـ ٥٩		
٦٠ ـ ٦٤		
٦٥ ـ ٦٩		
٧٠ ـ ٧٤		
٧٥ ـ ٧٩		
٨٠ ـ ٨٤		
٨٥ ـ ٨٩		
٩٠ ـ ٩٤		
المجمـوع		

وهكذا لبقية درجات الصف الأول وبقية الصفوف .

(تذكر عمل حزمة بالشكل التالى ~~||||~~ حينما يصبح عدد العلامات التكرارية ٥ أى ٤ قطع مستقيمة رأسياً والقطعة الخامسة مائلة) .

استمر في العمل بدون إرشادات .

ما هو مجموع التكرارات ؟

(٤٢ وهذا يمكن التنبؤ به من البداية ، فلدينا ٧ صفوف بكل منها ٦ درجات أى لدينا ٤٢ درجة لـ ٤٢ شخصاً) .

(٢) (أ) قبل البدء في الحل عليك أن ترتب الدرجات تصاعدياً في العمود الأول مع مراعاة تكرار كل منها ، وإلا فهناك فرصة للوقوع في الخطأ .

فلو بدأنا بطريقة آلية العمل كما في جدول ٢ ، فإننا سنقول بأن عدد الأميين الحاصلين على الدرجة ٥ فأقل هو ١ . وهذا غير صحيح ففى نهاية الجدول الدرجة ٤ حصل عليها ٣ أشخاص . أى أن الإجابة الصحيحة للسؤال « ما عدد الأميين الحاصلين على الدرجة ٥ فأقل ؟ » هى ٤

عليه أعد كتابة الجدول أولا بحيث تبدأ بالدرجة الأصغر وهى ٤ وتكرارها وهو ٣ ، ثم الدرجة ٥ وتكرارها ١ ، ثم الدرجة ٦ وتكرارها ٣ ، وهكذا . . . . (استرشد بجدول ٢)

(ب) قارن جدول ٤ بجدول ٣ .

(جـ) قارن جدول ٦ بجدول ٥ .

(٣) (أ) عد إلى الجدول (١٦) والجدول (٢٠) .

(ب) عد إلى الجدول (١٧) .

(جـ) عد إلى الجدول (٢١) .

(٤) عد إلى الجداول ١٤ ، ١٨ ، ١٥ ، ١٩ على الترتيب ومعاً .

المـــراجـــع

Guilford, J. P. 1978, Fundamental Statistics in Psychology and Education, Sixth Edication (MCGRAW – Hill Kogakusha ; Tokyo)

الغريب ، رمزية ١٩٧٠ ، التقويم والقياس النفسى والتربوى (مكتبة الأنجلو المصرية : القاهرة) .

ملطى ، جورج ١٩٨٤ ، دروس في الإحصاء من أجل محو الأمية .

(١) تنظيم البيانات والتوزيع التكرارى . المواجهة الشاملة ، العدد الحادى عشر ص ص ٨٩ – ١١٢ (مركز تدريب قيادات تعلّم الكبار لدول شمال أفريقيا طرابلس) .

◇◇◇◇◇◇